

ハイレベル小5算数

No.6

分数と小数

齋田算数理科教室®

氏名:

## 1. 分数とは...

一分数とは、 算のことである。...分子÷分母です。

$$\frac{4}{5} = 4 \div 5 = 0.8$$

一分数とは、 である。

$$\frac{4}{5} = \frac{\text{部分}}{\text{全体}} \quad \text{部分:全体} = 4:5$$

一分数と  とは、とてもなかよしである。...割合のところでやったね。

$$\frac{4}{5} = 0.8$$

$$1\frac{2}{3} = 1.66666666\dots$$

$$0.123 = \frac{123}{1000}$$

$$5\frac{2}{7} = 5.285714285714\dots$$

※ 分数で表すことができる数のことを、「有理数」と言います。整数も「有理数」です。

- 真分数 ...
- 仮分数 ...
- 帯分数 ...

2.  $\frac{\square}{9}$ シリーズ、 $\frac{\square}{8}$ シリーズ

一覚えておくと便利です。

$$\frac{1}{9} = 1 \div 9 = 0.11111\dots$$

$$\frac{1}{99} = 1 \div 99 = 0.01010101\dots$$

$$\frac{1}{999} = 1 \div 999 = 0.001001\dots$$

$$\frac{1}{8} = 0.125 \quad \text{イニコ}$$

$$\frac{3}{8} = 0.375 \quad \text{ミナコ}$$

$$\frac{5}{8} = 0.625 \quad \text{ムニコ}$$

$$\frac{7}{8} = 0.875 \quad \text{ハナコ}$$

※  $\frac{\square}{7}$ も結構面白いですよ。(よく入試で使われます)

1. 次のそれぞれについて、分数は小数に、小数は分数に直しなさい。

(1)  $\frac{3}{5}$

(2)  $\frac{27}{8}$

(3) 0.43

(4) 3.64

(5)  $2\frac{6}{7}$

(6)  $\frac{5}{9}$

(7) 0.444444...

(8) 2.83838383...

(9)  $\frac{52}{99}$

(10)  $14\frac{123}{999}$

(11) 4.225225225...

(12) 0.811381138113...

(13)  $\frac{7}{90}$

(14)  $5\frac{17}{990}$

(15) 10.12222222...

(16) 36.473737373...

### 3. 約分と倍分、既約分数

—約分 … 分子と分母を同じ整数でわること。

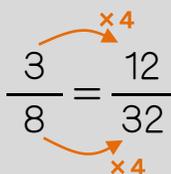
$$\frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{2}{3}$$

・スーパー約分

$$\frac{2 \times 4 \times 5 \times 3}{15 \times 7 \times 8}$$

$$\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

—倍分 … 分子と分母に同じ整数をかけること。

$$\frac{3}{8} = \frac{12}{32}$$


※ 「約分」の対義語です。学校では「倍分」を説明しないと思います。  
※ 分数は「比」と同じなので、分子と分母に同じ数をかけても比率は変わりません。12:32=3:8 になるのと同じです。

—<sup>きやく</sup>既約分数 … これ以上約分できない分数のこと。

2. 次のそれぞれの問いに答えなさい。

(1)  $\frac{1}{5}$  より大きき  $\frac{1}{3}$  より小さい分数のうち、分母が15の分数を求めなさい。

(2)  $\frac{1}{6}$  より大きき  $\frac{1}{5}$  より小さい、分子が6の既約分数をすべて求めなさい。

(3) 分母と分子の和が35で、約分すると  $\frac{3}{4}$  になる分数を求めなさい。

(4) 分母と分子の差が12で、約分すると  $\frac{5}{8}$  になる分数を求めなさい。

#### 4. 繁分数(二重分数・三重分数など)

— 2階建てや3階建てのようになっている分数のこと。

※ 分数は「わり算」と同じだということを思い出せば、...

$$\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}} = \boxed{\phantom{00}} \div \boxed{\phantom{00}} = \frac{5}{\cancel{8}^2} \times \frac{\cancel{4}^1}{3} = \frac{5}{6}$$

3. 次のそれぞれの繁分数を、ふつうの分数の形(整数)に変えなさい。

(1)  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$

(2)  $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{15}}$

(3)  $\frac{15 \div 8}{10 \div 16}$

#### 6. 無理通(無理やり通分)

— 目的の分数の分母または分子に、無理やり合わせること。

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \div 5 \times 8}{5 \div 5 \times 8} = \frac{4.8}{8}$$

- ① 分母を8にそろえるために、 $5 \div 5 \times 8$ に倍分する。
- ② 分子も同じように、 $3 \div 5 \times 8$ に倍分する。 $24 \div 5$ で4.8となる。

※ 途中プロセスにおいて分子や分母に小数が出てくるだけです(答えとするわけではないので)全く問題ありません。

4.  $\frac{1}{2}$ より大きく $\frac{2}{3}$ より小さい分数のうち、分母が5であるような分数を求めなさい。

## 7. 単位分数

一分子が「1」である分数のことを  という。

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{7} \text{ など}$$

5. 次のそれぞれの除算について□に適切な数字を入れて、単位分数の和の形で表しなさい。(2通り)と書いてあるものは、答えの組を2通り求めなさい。

$$(1) 3 \div 5 = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$$

$$(2) 1 \div 2 = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} \text{ (2通り)}$$

$$(3) 2 \div 5 = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} \text{ (2通り)}$$

$$(4) 8 \div 15 = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} \text{ (2通り)}$$

## 8. 分数と小数が混じる計算

— 分数と小数が混じる計算問題では、すべてを分数に変換して計算する方が、すべてを小数に変換して計算するよりも楽である。

$$\text{(例題)} \quad \frac{2}{5} + 0.3 = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\begin{aligned} \text{(例題)} \quad 1.75 \div 2 \frac{5}{8} - \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \right) \div 19.5 &= \frac{175}{100} \div \frac{21}{8} - \left( \frac{9+4}{12} \right) \div \frac{195}{10} \\ &= \frac{175}{100} \times \frac{8}{21} - \frac{13}{12} \times \frac{10}{195} \\ &= \frac{12}{18} - \frac{1}{18} \\ &= \frac{11}{18} \end{aligned}$$

6. 次の計算をしなさい。

$$(1) \frac{3}{4} \times 3.2 \div \frac{5}{6} \div \frac{2}{7} \quad (\text{慶應普通部})$$

$$(2) (35.7 - 28.7 \times 1.2 + 7.74) \div 0.18 \quad (\text{慶應中等部})$$

$$(3) 0.85 \times 4 - \frac{1}{3} \times 2.8 - 1\frac{2}{3} \quad (\text{筑波大附属中})$$

$$(4) 1.75 \div 2\frac{5}{8} - (\frac{3}{4} + \frac{1}{3}) \div 19.5 \quad (\text{桐蔭学園中})$$

$$(5) \{ \frac{4}{7} \times 2.94 \div (\frac{5}{3} - \frac{7}{15}) - \frac{7}{9} \} \div \frac{7}{15} \quad (\text{麻布中})$$

## 9. 部分分数分解

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$$

この分子は、「1」になる。

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \times 3}$$

こことこの差が「1」のときは...

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5}$$

この分子は、「2」になる。

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3 \times 5}$$

こことこの差が「2」のときは...

7. 次の計算をしなさい。

(1)  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7}$

(2)  $\frac{2}{2 \times 4} + \frac{2}{4 \times 6} + \frac{2}{6 \times 8} + \frac{2}{8 \times 10} + \frac{2}{10 \times 12} + \frac{2}{12 \times 14}$

$$(3) \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13} + \frac{1}{13 \times 15}$$

$$(4) \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$$

$$(5) \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{55 \times 57} + \frac{1}{57 \times 59} + \frac{1}{59 \times 61}$$

$$(6) \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72}$$

8.  $\frac{1}{3}$ より大きく $\frac{2}{5}$ より小さい分数のうち、分子が8である既約分数をすべて求めなさい。(玉川聖学院中等部)
9.  $\frac{6}{7}$ より大きく $\frac{8}{9}$ より小さい分数のうち、分子が48である分数を求めなさい。(東邦大付属東邦中)
10.  $\frac{1}{6}$ より大きく $\frac{8}{9}$ より小さい分数について、次の問いに答えなさい。  
(桐光学園中)
- (1) 分母が9である既約分数は何個ありますか。
- (2) 分母が18である分数で、約分できる分数は何個ありますか。
- (3) 分子が6である既約分数は何個ありますか。

11. 4つの数  $\frac{1}{2}$ 、ア、 $\frac{2}{3}$ 、イ があります。アは $\frac{1}{2}$ と $\frac{2}{3}$ の平均で、 $\frac{2}{3}$ はアとイの平均になっています。このとき、イはいくつですか。(青山学院中等部)

12. 
$$\frac{\frac{1+2+3+4+5}{3} + 1+2+3+4+5}{4}$$
 を計算しなさい。(跡見学園中)

13.  $1 \div 2 = \frac{1}{2}$  のように、わり算は分数で表すことができます。このことを利用すると、

$$1 \div \frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{1}{2}}, \quad 1 \div \left( 1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$$

のように表すことができます。このとき、次の式をみたす整数Aの値を求めなさい。

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{A}}} = \frac{28}{55} \quad \text{(西武学園文理中)}$$

14. ある中学校の1年生全員にA、B2つのクイズを出しました。Aを正解した人は全体の56.25%、Bを正解した人は全体の $\frac{13}{24}$ 、AとBのどちらも不正解だった人は全体の $\frac{1}{6}$ でした。AとBのどちらも正解した人が52人のとき、この中学校の1年生全員の人数は何人ですか。(大妻中 改)

15.  $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ となります。このとき、次の式を計算しなさい。

$$\frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \frac{1}{14 \times 15} \quad (\text{共立女子中})$$

16.  $\frac{9}{4 \times 7} + \frac{9}{7 \times 10} + \frac{9}{10 \times 13}$  を計算しなさい。(江戸川女子中)

17. 1本のようなかんをA、Bの2人がそれぞれ $\frac{3}{5}$ と $\frac{2}{5}$ もらいました。Aさんは少し多くもらいすぎたと思い、自分の分の $\frac{1}{4}$ をBさんにあげました。この結果、Bさんのようなかんはもとの何%になりましたか。(恵泉女学園)

18. 次の式の「あ」と「い」にあてはまる数を求めなさい。ただし同じ文字は同じ数を表すものとします。(東京女学館中)

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{\text{あ}} + \frac{1}{\text{い}}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{\text{あ}} - \frac{1}{\text{い}}$$

19. A、Bはどちらも0でない整数です。次の式にあてはまるA、Bの中でA+Bが最も小さくなる時、A+Bの値はいくつですか。(青陵中)

$$\frac{B}{A \times A \times A} = \frac{1}{180}$$

20. 記号 $\langle \rangle$ を次のように約束します。ただし、 $A$ と $B$ には整数が入ります。  
(豊島岡女子学園中)

$$\left\langle \frac{A}{B} \right\rangle = \frac{B}{A+B}$$

例えば、 $\left\langle \frac{3}{4} \right\rangle = \frac{4}{3+4} = \frac{4}{7}$  となります。

$\left\langle \left\langle \frac{\square}{5} \right\rangle + 1 \right\rangle = \frac{8}{21}$  のとき、 $\square$ にあてはまる整数を答えなさい。

21. ある計算をして答えを書くのに小数点を書き忘れてしまったので、正しい答えとの差が964.26になりました。正しい答えを求めなさい。  
(東京女学館中)

22.  $A+B+C=1000$ である3つの整数、 $A$ 、 $B$ 、 $C$ があります。 $B \div A=6.5$ になり、 $C$ を $B$ で割ったら、商は2であまりは16になりました。このとき、 $A$ の値を求めなさい。(開成中 改)

# 解答

1. (1) 0.6 (2) 3.375 (3)  $\frac{43}{100}$  (4)  $3\frac{16}{25}$  (5) 2.857142857142...  
(6) 0.55555... (7)  $\frac{4}{9}$  (8)  $2\frac{83}{99}$  (9) 0.525252...  
(10) 14.123123123... (11)  $4\frac{25}{111}$  (12)  $\frac{8113}{9999}$  (13) 0.077777...  
(14) 5.0171717... (15)  $10\frac{11}{90}$  (16)  $36\frac{469}{990}$
2. (1)  $\frac{4}{15}$  (2)  $\frac{6}{35}$ 、 $\frac{6}{31}$  (3)  $\frac{15}{20}$  (4)  $\frac{20}{32}$
3. (1) 1 (2)  $1\frac{1}{2}$  (3) 3
4.  $\frac{3}{5}$
5. (1) 2、10 (2) 3、6または4、4 (3) 3、15または5、5  
(4) 2、30または3、5
6. (1)  $10\frac{2}{25}$  (2) 50 (3)  $\frac{4}{5}$  (4)  $\frac{11}{18}$  (5)  $1\frac{1}{3}$
7. (1)  $\frac{5}{14}$  (2)  $\frac{3}{7}$  (3)  $\frac{7}{15}$  (4)  $\frac{8}{9}$  (5)  $\frac{30}{61}$  (6)  $7\frac{1}{9}$
8.  $\frac{8}{23}$ 、 $\frac{8}{21}$
9.  $\frac{48}{55}$
10. (1) 4個 (2) 8個 (3) 10個
11.  $\frac{3}{4}$
12. 5
13. 27
14. 192人
15.  $\frac{1}{30}$
16.  $\frac{27}{52}$
17. 55%
18. あ : 2、い : 6
19. 180
20. 3
21. 9.74
22. 48