

ハイレベル小5算数 No.18

仕事算、のべ算、ニュートン算

齋田算数理科教室[®]

氏名:

1. 「仕事算」、「のべ算」、「ニュートン算」の違いについて。

「仕事算」 …… 人によって、1日(1時間)あたりに行える仕事の量(速さ)が違う。

例えば、ある仕事を行うのに、Aさんは12日かかり、同じ仕事をBさんが行くと20日かかるという設問。この場合、Aさんの方が、1日にできる仕事の量は多い。



「のべ算」 …… 1人あたりが1日(1時間)に行える仕事の量(速さ)は、全員同じ。

例えば、ある仕事をするのに、15人の作業員が20日かかれば終わるなど。どの人も同じ仕事の速さであることが特長。「のべ人数」を考えることが大切。たいがい、途中で人が何人か休んだり、作業員を追加するような問題になる。



「ニュートン算」 …… 仕事をしているそばから、ジャマをするやつ(モノ)がいる。

- 最初に並んでいた行列を処理するそばから、後から人が増えてくる。
- 井戸から水をくんでもくんでも、地下水がわき出てくる。
- ポンプで水を排水しているのに、蛇口から水が流入している。
- 商品は売れるのだが、売れるそばから新しい商品がどんどん入荷してくる。
- 牧草で牛が草を食べるそばから、光合成によって草がどんどん生えてくる。



2. 仕事算(基本パターン)

- 「Aくん1人でやるとXX日かかり、Bくん1人でやるとXX日かかる仕事があります。この仕事をAくんとBくんがいっしょにやると、何日で終わりますか。」などという問題。一般的な解法では、全体の仕事を「1」として式を作ります。

例題: Aくん1人では15日かかり、Bくん1人では10日かかる仕事があります。この仕事を2人でいっしょに行うと、何日で終わりますか。

[学校のやり方]

全体の仕事の量を、「1」とすると、

$$Aくんの1日あたりの仕事量は、\frac{1}{15}$$

$$Bくんの1日あたりの仕事量は、\frac{1}{10} \text{ になります。}$$

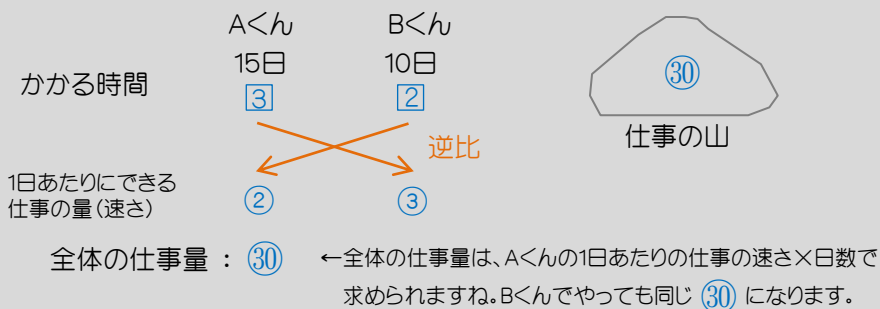
全体の仕事の量を、2人の1日あたりの仕事量でわってあげると、

$$1 \div \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10} \right) = 1 \div \left(\frac{2}{30} + \frac{3}{30} \right) = 1 \div \frac{5}{30} = 6(\text{日})$$

分数の嵐

[①解法]

まずは、状況を整理してみましょう！登場人物はAくんとBくん。



$$\begin{aligned} & ③〇 \div (② + ③) \\ & = ③〇 \div ⑤ \\ & = 6 \end{aligned}$$

答え : 6日

- 姉1人でやると20時間で終わり、妹1人でやると30時間かかる危ないお手伝いがあります。このお手伝いを2人でやると、スタートしてから何時間で終わりますか。(サイド中)

3. 仕事算(1人あたりの速さが分からないパターン)

例題: 太い管と細い管が1本ずつついている水そうがあります。この管を使って水そうに水をいっぱいにするのに、太い管だけを使うと48分、両方の管をいっしょに使うと30分かかります。このとき、細い管だけでは何分かかりますか。(サイダ中)

いつものように状況を整理してみましょう。登場人物は？

	太	細+太	細
かかる時間	48分 ⑧	30分 ⑤	?分 □
仕事の速さ	⑤	—	⑧

細+太が⑧の速さならば、細は③の速さということが分かりますね。
つまり、...

	太	細+太	細
かかる時間	48分 ⑧	30分 ⑤	?分 □
仕事の速さ	⑤	—	③

求める?分のところは逆比を使って、③=30分なので、⑧=80分と求めることができます。全体の量を求めなくてもできちゃいましたね。

答え : 80分

2. Aさん1人でやると27年かかり、AさんとBさんがいっしょにやると18年で終わる超楽しいシゴトがあります。このシゴトをBさんはAさんに内しよで1人だけでやってしまおうと考えていますが、一体どのぐらいの年数がかかりますかね〜。(サイダ中・手品科)

4. 仕事算(1人あたりの速さが分からないパターン)

- 「2人合わせてXX日かかる仕事」というように、2人合計の日数が提示されているような問題。

例題: ある仕事を終えるのにAさんとBさんとでやると9日、BさんとCさんとでやると12日、CさんとAさんとでやると18日かかります。この仕事をA、B、Cの3人でいっしょにやると、何日で終わりますか。

いつものように状況を整理してみましょう。

	A+B	B+C	C+A
かかる日数	9日	12日	18日
	3	4	6
仕事の速さ	9	12	18
	4	3	2

全体 : $4 \times 9 = 36$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 A \quad B \quad C \\
 \circ + \circ = 4 \\
 \quad \circ + \circ = 3 \\
 +) \circ \quad + \circ = 2 \\
 \hline
 AA + BB + CC = 9 \\
 A + B + C = 4.5
 \end{array}
 \end{array}$$

$$36 \div 4.5 = \frac{36 \times 2}{4.5 \times 2} = \frac{72}{9} = 8(\text{日})$$

答え : 8日

3. AくんとBくんとでやると12時間、BくんとCくんとでやると15時間、CくんとAくんとでやると20時間かかる油売りの仕事があります。この仕事をAくん1人だけでやるとすると、何時間かかりますか。(サイド中)

5. のべ算(その1)

- 「Aさんがやると15日、Bさんがやると10日かかる仕事があります。この仕事を最初の2日は2人でいっしょにやり、残りをAさんだけがやると…」などという問題。

例題: 5人でやると12日で終わる仕事があります。最初の5日間は5人でやって、6日目からは2人を追加して7人で作業をすると、最初から数えて何日目で仕事が終わりますか。

$$\text{全体} : 5 \times 12 = 60$$

$$60 - 5 \times 5 = 35$$

$$35 \div 7 = 5$$

←7人にしてから5日で仕事が終わる。

$$5 + 5 = 10$$

答え : 10日目

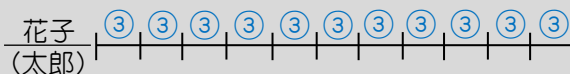
例題: 太郎君が1人ですれば9日かかり、花子さんが1人ですれば15日かかる仕事があります。この仕事を、はじめの何日間かを太郎君がして、その後かわって花子さんが1人ですると、全部で11日かかりました。このとき、花子さんが働いた日数は何日間ですか。(白陵中)

	太郎	花子
かかる時間	9日	15日
	3	5
仕事の速さ	5	3

$$\text{全体} : 45$$

全部で11日間かかったということなので、とりあえず11日分の枠を作ります。そして、仕事量が少ない花子さんの方が11日間すべて働いたと考えます。

魚の骨「フィッシュボーン図」を書きましょう。



花子さん1人で11日間なので、 $3 \times 11 = 33$ の仕事をこなしました。

$$45 - 33 = 12 \text{ の仕事はまだ残っています。}$$

$$12 \div 2 = 6 \text{ (日) これが太郎さんが働いた日数です。}$$



答え : 5日間

6. のべ算(その2)

・1人1日あたりの仕事の量を求めて解くような問題。

例題: 4人で目的地まで行くのに、列車で2時間20分かかります。あいにく座席が3つしか空いていなかったのに、目的地まで交代で座ることにしました。1人あたり何分座ることが出来ますか。(共立女子第二中)

座席が「人を座らせる」という仕事をしたと考えます。

$$\text{全体} : 3 \times \textcircled{140} = \textcircled{420} \quad \leftarrow 3 \text{人で座れる合計時間}$$

$$\textcircled{420} \div 4 = \textcircled{105}$$

$$105 \text{分} \Rightarrow 1 \text{時間} 45 \text{分}$$

答え : 105分

4. Aさん1人でやると8日、Bさん1人でやると12日かかる仕事があります。この仕事を始めて2人で3日間やり、その後はAさんが1人でやって完成させました。Aさんが1人でやったのは何日間ですか。(昭和女子大附属昭和中)

5. 6台のポンプで水をくみ出すと10分でくみ出せるだけの水が水そうに入っています。水をくみ出し始めてから6分間は6台のポンプでくみ出していたのですが、途中で2台のポンプがこわれてしまったので、7分目からは4台のポンプでくみ出すとすると、すべての水をくみ出すのに予定より何分多くかかりますか。(サイダ中)

7. ニュートン算

- 仕事をしているそばから、仕事がどんどん増える問題。
このような場合、「もともとあった量」と「増える量」に分けて考えます。

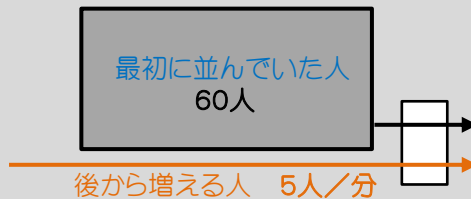
例題: ある動物園の入場券売り場には毎分5人ずつの入場者が来ます。売り始める前にすでに60人が並んでいましたが、1つの窓口で売り始めると12分で行列がなくなりました。(サイダ中)

(1) 入場券は1分間あたり何人に売りましたか。

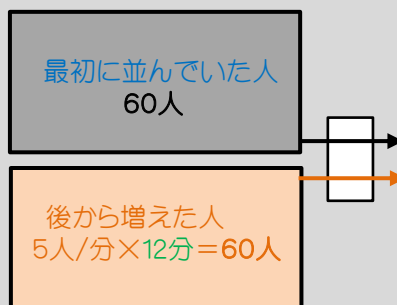
窓口1か所あたりの「仕事量」を考えます。



ふつうは後から来た人は、上の絵のように行列の最後尾に並びます。ところが算数では下の絵のように、**後から増える人も優先的に処理をしていくと考える**とうまくいきます。実際にこんなことをしたら、最初から並んでいた人は、暴動を起こします。



後から増える人も、12分間だと60人になりますね。では、下のような絵になりますね。



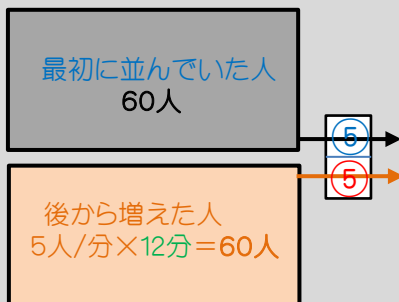
ということは、この窓口では合計120人の人を12分間で処理できる計算になります。つまり、1分間あたりの処理量は10人です。

答え : 10人

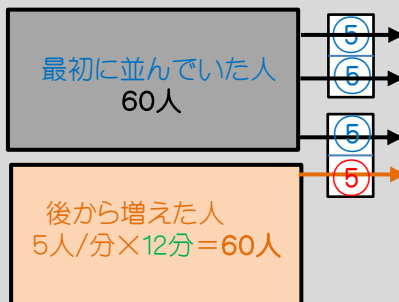
(ニュートン算のつづき)

(2) では、窓口を2つにすると、行列は何分でなくなりますか。

(1) で分かったのは、この窓口の処理能力です。この窓口では、1分あたり⑩人のお客さんを処理できるのです。かつ、12分間で最初から並んでいた60人と後から来た60人を処理できたということは、下の絵のように⑤と⑤に分けて、最初のお客さんを処理する係員と、後から来たお客さんを処理する係員に分けて考えるとよいでしょう。



では、窓口を2つにしてみましょう。



窓口を1つ増やしても、後から来る人は⑤の係員がぴったり処理できますから、1つ増やした窓口の⑥と⑥の係員は、最初に並んでいた人の処理に専念(せんねん)できるわけです。

最初に並んでいた60人は、⑤ が3つで処理できるので、

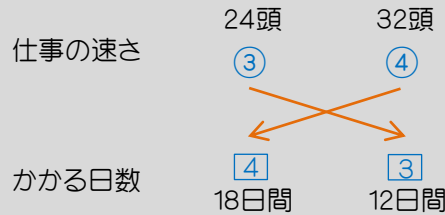
$$60 \div (5 \times 3) = 4$$

答え : 4分

6. TDSでは開園前に240名の行列ができていました。開園後も、1分あたり30人の割合で行列が増えていきます。入場口が2カ所だと開園から行列がなくなるまでに4分かかります。入場口が4カ所だと行列がなくなるまでに何分何秒かかりますか。(サイダ中)

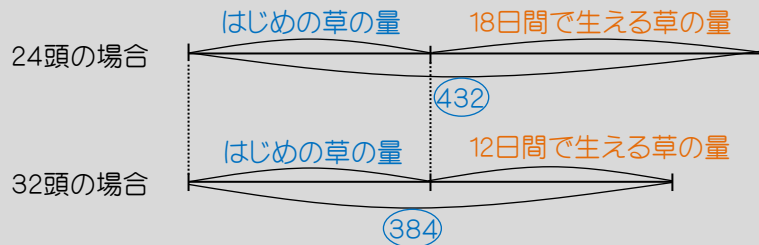
例題： ある牧場では、毎日一定量の割合で草が生えてきます。牛24頭を放牧すると18日間で草を全部食べつくしました。32頭を放牧したら12日間で草を全部食べつくしました。20頭を放牧したら、何日間で全部食べつくしますか。(サイダ中)

ハイ、ハイ～、いつものように状況を整理ですネ。今回は仕事の速さは、牛の頭数と考えます。1頭あたり同じ速さで草を食べるなら、24頭なら24倍の速さ、32頭なら32倍の速さです。



ありゃ？何かおかしいぞ！ ということで、「ニュートン算」だと気付くのです。まあ、牛が草を食べるという時点で「ニュートン算」と考えてもいいですが...
では、別の方法で状況を整理！

まず、牛1頭が1日で食べる草の量を①として、線分図を描きます。ここで間ちがってはいけないのは、牛の数が多ければ食べる草の量が多いという誤解です。もともとの草の量は決まっています、何日間で食べるかの線分図を描くのですが、当然日数が少ないほど生えてくる草の量が少ないので、線分は短くなります。



24頭の場合、 $24 \times 18 = 432$ が全体になります。

32頭の場合、 $32 \times 12 = 384$ が全体になります。

はじめの草の量はどちらも同じなので、このちがいは6日間で生える草の量になります。

6日間で生える草の量 = $432 - 384 = 48$ です。

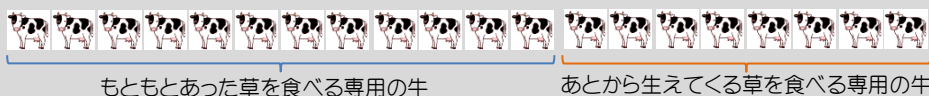
1日に生える草の量 = $48 \div 6 = 8$ ですね。

最初に生えていた草の量 = $432 - 8 \times 18 = 288$ です。

20頭を放牧した場合、草の量は1日当たり $20 - 8 = 12$ ずつ食べられていくので、

$$288 \div 12 = 24 \text{ (日)}$$

となります。



答え： 24日間

7. ある仕事をAさんだけですると30日、Bさんだけですると20日かかります。この仕事をAさんBさんがいっしょに始めましたが、仕事が終わるまでにAさんは10日、Bさんは5日休みました。この仕事を始めてから終わるまでに何日かかりましたか。(桜美林中)
8. ある仕事を10日間で $\frac{5}{11}$ だけしました。この割合で仕事を続けると、残り分は何日で終わることが出来ますか。(サイダ中)
9. 機械Aである仕事をする、終わるまでに12日かかります。機械Aでその仕事を始めたところ、2日目の作業終了後に故障をしてしまい、修理に丸2日かかりました。その後作業を再開しましたが、1日あたりの作業は故障前の4割しかできませんでした。この仕事が終わるのに、何日かかりますか。(栄東中)

10. ある仕事を仕上げるのに、Aくんは24日間、Bくんは40日間かかります。今、Aくんから仕事を始めて、毎日交代で働くものとする、仕上げるのに何日かかりますか。(サレジオ学院中)
11. ある水そうに、毎分2Lの割合で水が注がれます。水そうが満水のときにポンプを使って毎分6Lの割合で水をくみ出したところ、30分で空になりました。満水の同じ水そうから毎分5Lの割合で水をくみ出すと、何分で空になりますか。(サイダ中)
12. 1時間に100個の製品を作れる機械Aと、3時間で200個の製品を作れる機械Bを同時に使い始めるとき、1200個の製品を作り終えるのにどのぐらいの時間がかかりますか。(関東学院六浦中)

13. ある製品を30個作るのに15人で5分かかります。この製品600個を1時間で作るためには何人が必要ですか。(大宮開成中)
14. いつもは12人で仕事をすると8時間で終わります。今日、インフルエンザで2人が休みました。本日中に仕事を終わらせるために残業してくれる人を募(つの)ったところ、4人が手をあげてくれました。4人は何時間残業すればよいですか。(サイダ中)
15. お父さん、お母さん、お兄さん、お姉さん、たかゆきさんの5人でゲームをしました。このゲームは2人でするゲームなので、3人はぬけなければなりません。お父さんとお母さんは同じ時間だけ、たかゆきさんとお姉さんはお母さんの2倍、お父さんはお兄さんの1.5倍の時間ゲームをしました。ゲームにかかった時間は1時間だったとき、たかゆきさんがゲームをしていたのは何分間ですか。(成城中)

16. ある仕事を仕上げるのにA1人では36日、B1人では18日、C1人では12日かかります。この仕事を3人でいっしょに仕上げるつもりでしたが、Bがとちゅうで休んだために仕事を仕上げるまでに全部で8日間かかりました。Bは何日間休みましたか。
(明治大付属明治中)
17. 毎分3Lの割合で水がわき出ている井戸があります。いま、毎分25Lをくみ上げるポンプを使って水をくみ出すと12分で水がなくなります。毎分30Lくみ上げるポンプを使うと水は何分でなくなるでしょうか。(慶應中等部)
18. 映画館の入り口に行列ができていて、毎分20人の割合でお客さんが増えています。入り口を3か所にするると10分で行列がなくなり、入り口を4か所にするると7分で行列がなくなるそうです。(サイダ中)
- (1) 入り口1か所から1分間に何人ずつ入場させましたか。
- (2) はじめの行列には何人いましたか。

解 答

1. 12時間
2. 54年
3. 30時間
4. 3日間
5. 2分
6. 1分36秒
7. 19日
8. 12日
9. 29日間
10. 30日
11. 40分
12. 7時間12分
13. 25人
14. 4時間
15. 36分間
16. 6日間
17. $9\frac{7}{9}$ 分
18. (1) 30人 (2) 700人