ハイレベル小5算数
No.2

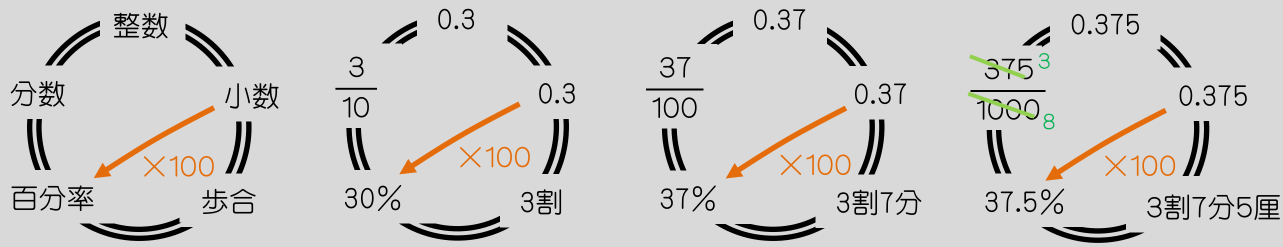
比と割合②

齋田算数理科教室®

氏名:

講　義

1. 整数、小数、分数、百分率、歩合の関係



ー野球で、打率が3割4分5厘の選手は、1000回バッターボックスに立ったうち、[　　　　]回ヒットを打ったということです。

1. 表の空らんにあてはまる数を書きなさい。

小数	0.573			
分数		$\frac{19}{25}$		
百分率			1.2%	
歩合				2分3厘

2. 次の中で1つだけちがうものがありますが、それはどれですか。

10.24　　$\frac{10240}{1000}$　　$10\frac{6}{25}$　　1024%　　10割2分4厘

2. 割合（比べられる量ともとになる量）

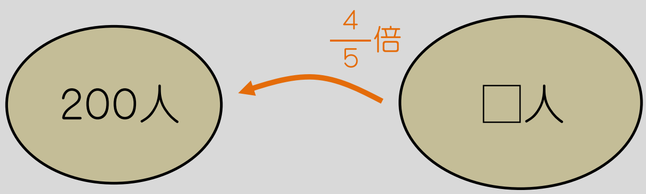
－30gは20gの何倍？

「20gの」　⇒　もとになる量
「30gは」　⇒　比べられる量

$$\boxed{\text{割合} = \frac{\text{比べられる量}}{\text{もとになる量}}} \Rightarrow \frac{30}{20} = 1.5\text{倍}$$

－「200人は□人の$\frac{4}{5}$です。」

「□人を、**5個に分けたうちの4個分**が200人」ということ。
はい、それでは□人と200人は、どちらの方が大きいでしょうか？



$$\square \times \frac{4}{5} = 200$$

$$\times\frac{5}{4}$$

$$\square \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 200 \times \frac{5}{4} \qquad \square = 250(\text{人})$$

3. 次の□にあてはまる数を書きなさい。

（1）　25gは100gの□倍です。

（2）　ある容器の容積の$\frac{2}{3}$が12Lです。この容器の容積は□Lです。

（3）　1500円は□円の$\frac{3}{8}$です。

（4）　6は$\frac{2}{3}$の□倍です。

3. 式と方程式の違い

- 式：$\frac{1}{4}+\frac{\text{②}}{3}$　　方程式：$\frac{1}{4}+\frac{\text{②}}{3}=1$　のちがい
- 最初から式の中に「＝」が入っている式のことを「$\boxed{}$式（等式）」と言います。
- 「＝」の左側を左辺（さへん）、右側を右辺（うへん）と言います。
- 方程式ならば、こんなことをしてもOKです。
  - 両辺に同じ数をたす　　3＝3　⇒　3＋2＝3＋2
  - 両辺から同じ数をひく　　3＝3　⇒　3－2＝3－2
  - 両辺に同じ数をかける　　3＝3　⇒　3×2＝3×2
  - 両辺を同じ数でわる　　3＝3　⇒　3÷2＝3÷2

あたり前と言えばあたり前ですが、とても大切です。
では、これを使えば何ができるかというと、

$\frac{1}{4}+\frac{\text{②}}{3}=1$　①に入る数を求めるために、両辺に12をかけます。

つまり、$\frac{1}{4}\times 12+\frac{\text{②}}{3}\times 12=1\times 12$ になるので、それぞれを約分・計算して、

$$\begin{aligned} 3+\text{⑧}&=12 \\ \text{⑧}&=12-3 \\ \text{⑧}&=9 \\ \text{①}&=\frac{9}{8} \end{aligned}$$

1行目から分母が消える。

式の場合、12倍すると、答えは本来の答えよりも12倍大きくなってしまいます。
つまり、式は勝手に12倍してはいけません。

4. 次のそれぞれの方程式を解いて、①の値を求めなさい。

(1)　5＋①＝13

(2)　①×4－5＝7

(3)　$\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{\text{①}}{2}$

(4)　0.3＋①＝1.5

(5)　$\frac{5}{7}\times$①＝8－3

(6)　15÷①＝3

4. 比例式

- 6 : 8 ＝ 3 : 4　のように、「:」の記号が入っている式のことを、

　　「$\boxed{}$式」と言います。

- 比例式を方程式(等式)にするときには、「**外項(がいこう)の積＝内項(ないこう)の積**」の性質を使います。

　例題:　(②+2) : (③−4) ＝ 4 : 5　であるとき、①の値を求めなさい。

(②+2) : (③−4) ＝ 4 : 5

5×(②+2) ＝ 4×(③−4)

⑩ ＋ 10 ＝ ⑫ − 16

10 ＋ 16 ＝ ⑫ − ⑩

26 ＝ ②

13 ＝ ①

5. 次のそれぞれの比例式を解いて、①の値を求めなさい。

(1)　①+2 : ②+6 ＝ 2 : 5

(2)　3−① : 6−② ＝ 3 : 1

(3)　200−①　:　300−①　＝　7　:　12

(4)　2400−⑥　:　3200−⑤　＝　6　:　11

5. 項と移項

- たとえば、3×①＋2－4÷①－5＝8という方程式について、「3×①」や「4÷①」のように、かけ算やわり算の関係で結ばれているもの、または「＋2」や「－5」や「8」のようなひとりぼっちの数字のことを、「$\boxed{\quad\quad}$」と言います。＋や－の「符号」は後ろの項にくっつきます。

3×① ＋2 －4÷① －5 ＝ 8

$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{①}{12}$

- これらの「項」を＝の反対側に移動させることを、「項」を「移動」するという意味で「$\boxed{\quad\quad\quad\quad}$する」と言います。「移項」すると、プラスの「項」はマイナスに、マイナスの「項」はプラスに、「符号」が逆転します。

＋⑫ － 16 ＝ ＋⑩ ＋ 10

＋⑫ － ⑩ ＝ ＋10 ＋ 16

6. 次のそれぞれの方程式において、項ごとに◯を付けなさい。

(1) 3×4＋①＝9　　(2) 4×①＋2－3×5－①＝①－1

(3) ③＋400＝⑤－100　　(4) 700＋②×3＋400＋⑤＝300－③÷2

(5) 2×③×3÷6－5×2＝④＋8×②÷2－⑤

7. 次の方程式において、①のような文字が入っている項は左辺に、数字だけの項は右辺に移項して、①の値を求めなさい。

(1) 3×①＋5 ＝ 11　　(2) 200＋⑤ ＝ ②＋800

(3) ③＋100＋② ＝ ④＋800－⑥　　(4) 55÷① ＝ 13－2

8．次のそれぞれの方程式を解いて、①の値を求めなさい。

(1)　20＋③ ＝ 45－②

(2)　③－22 ＝ ①－31＋⑤

(3)　②×5＋50×4 ＝ ⑥×2－100×5

(4)　$\frac{5}{\text{②}}-\frac{1}{6} = \frac{4}{\text{③}}+1$

6．分配法則（ぶんぱいほうそく）

・3×(4＋①)という式の(　　)をなくす(外（はず）す)ことを、

「$\boxed{\qquad\qquad}$ を使って、式を $\boxed{\qquad}$ する」と言います。

上の式の場合、(　　)の前にある「3」は、(　　)の中にある「4」と「＋①」の両方の項にかけなければなりません。3×(4＋①)を展開すると、**12＋③** になります。

9．次の各式を展開して(　　)を外しなさい。また(4)は、展開後に同じ項にまとめなさい。

(1)　4×(5＋②)

(2)　3×(2000－④)

(3)　(6－⑫)÷3

(4)　2×(8＋③)－4×(3－②)

ばいすうへん か ざん
7. 倍数変化算(倍数変化・倍数算)

- いろいろなテキストで、倍数変化算を次の4つのパターンに分類しているのをよく見かけます。ところが、どのパターンになっても、解き方は同じなので、全く意識をする必要はありません。(4パターンを忘れてもOKです)

> - 1. 一方一定
> - 2. 和が一定
> - 3. 差が一定
> - 4. それ以外

例題: 最初、AさんとBさんが持っているお金の比は4:3でした。 Aさんだけが1200円をもらったら、2人の持っているお金の比は7:4になりました。Aさんは最初、いくら持っていたでしょうか。

	A		B
はじめ	④		③
	↓ +1200		↓
あと	$\boxed{7}$	:	$\boxed{4}$

ここを $\boxed{7}$: $\boxed{4}$ と書きたくなりますよね。ところがこうやってしまうと、解けなくなってしまいます。
その気持ちを抑えて、事実をありのままに書きます

そこで

1. 一方一定

例題: 最初、AさんとBさんが持っているお金の比は4:3でした。 Aさんだけが1200円をもらったら、2人の持っているお金の比は7:4になりました。Aさんは最初、いくら持っていたでしょうか。

	A		B				
はじめ	④		③				
	↓ +1200		↓				
あと	④+1200	:	③	=	7	:	4

2. 和が一定

例題: 最初、AさんとBさんが持っているお金の比は4:3でした。 AさんがBさんに600円をあげたら、2人の持っているお金の比が2:5になりました。 Aさんが最初に持っていたお金はいくらでしょうか。

	A		B				
はじめ	④		③				
	↓ −600		↓ +600				
あと	④−600	:	③+600	=	2	:	5

3．差が一定

例題：　最初、AさんとBさんが持っているお金の比は4:3でした。 AさんもBさんも見知らぬおじさんから1500円をもらいました。 その結果、2人の持っているお金の比は11:9になりました。 Aさんが最初に持っていたお金は、いくらでしょうか。

	A		B		
はじめ	④		③		
	↓ ＋1500		↓ ＋1500		
あと	④＋1500	：	③＋1500	＝	11 ： 9

3．差が一定

例題：　AさんとBさんの現在の年齢の比は4:3です。 今から8年後に2人の年齢の比が6:5になるといいます。 Aさんの現在の年齢は何才でしょうか。

	A		B		
はじめ	④		③		
	↓ ＋8		↓ ＋8		
あと	④＋8	：	③＋8	＝	6 ： 5

4．それ以外

例題：　最初、AさんとBさんが持っているお金の比は4:3です。 Aさんは500円を落とし、Bさんは300円を拾った結果、2人の持っているお金の比は5:6になりました。 Aさんが最初に持っていたお金はいくらだったでしょうか。

	A		B		
はじめ	④		③		
	↓ －500		↓ ＋300		
あと	④－500	：	③＋300	＝	5 ： 6

10. 最初、Aくんは840円、Bくんは720円持っています。 2人とも知らないおじさんから同額のお金をもらったら、2人の持っているお金の比は8:7になりました。 さて、おじさんからもらった金額はいくらだったでしょうか。

11. AさんとBさんはシーラカンスを30匹ずつ飼っています。 1年後、Aさんの飼っているシーラカンスのうち何匹かが化石になってしまったので、2人の飼っている（生きた）シーラカンスの数の比が4:5になりました。 化石になってしまったシーラカンスは、何匹だったでしょうか。

12. アカジコウとホコリタケの午前中の収穫本数の比は3:7でした。 午後はがんばったにもかかわらずホコリタケは1本も採れず、アカジコウだけがさらに36本採れました。 この結果、最終的な本数の比は6:7になりました。　この日、ホコリタケは何本採れましたか。

13. アマタケとホンシメジの午前中の収穫本数の比は3:7でした。 午後はがんばったにもかかわらずホンシメジは1本も採れず、アマタケだけがさらに36本採れました。 この結果、最終的な本数の比は15:14になりました。 この日、ホンシメジは何本採れましたか。

14. 3600円をA、B、Cの3人で次のように分けます。 AはBの3分の1より200円多く、Cは Aの2倍より300円少なくなるようにします。 Aにいくら分ければよいかを求めなさい。（明治大付属中野中）

15. 太郎くんは260ページある小説を買いました。 読み進めるうちにだんだん面白くなり、2日目には1日目の1.5倍のページ数、3日目には2日目の1.5倍のページ数、4日目には3日目の1.5倍のページ数を読んだら、ちょうど読み終わりました。 太郎くんは1日目に何ページを読みましたか。（立教新座中）

16. 兄と弟の所持金の比は4:3でした。 兄が弟より500円多く出してお父さんの誕生プレゼントを買うと、兄の所持金は弟の所持金より1200円多くなりました。 はじめの兄の所持金を求めなさい。（帝京大中）

17. Aさんは現在32才、Bさんは現在12才です。今から何年後に2人の年齢の比が2:1になりますか。

18. Aさんは現在32才、Bさんは現在12才です。今から何年前に2人の年齢の比が6:1だったでしょうか。

19. Aさんが採ったカバイロツルタケは21本、Bさんが採ったカバイロツルタケは42本です。BさんはAさんに何本あげたら、2人の持っているカバイロツルタケの比が3:4になりますか。

20. 最初、AくんとBくんの持っているお金の比は5:7でした。Aくんは500円を拾って、Bくんは1000円を落としてしまいました。この結果、2人の持っているお金の比は、7:3になりました。さて、Aくんが最初に持っていたお金はいくらでしたか。

21. 父は現在43才で母は現在37才です。3人の子どもの年齢は11才、8才、5才です。今から何年前に、両親の年齢の合計と子どもたちの年齢の合計の比が6:1でしたか。

22. お母さんの年齢は35才、子どもの年齢は11才です。お母さんの年齢と子どもの年齢の比が5:2になるのは何年後ですか。（多摩大学附属聖ヶ丘中）

23. 兄と弟の持っているお金の合計は7150円で、所持金の比は7:4でした。兄が弟にいくらかをあげたので、2人の持っている金額の比は8:5になりました。兄は弟にいくらあげたかを求めなさい。（自修館中等教育学校）

24. 兄と弟の所持金の比は10:7でしたが、2人とも800円の買い物をしたので所持金の比は2:1になりました。はじめの弟の所持金はいくらだったでしょうか。（國學院大久我山中）

25. はじめに兄と弟が持っているえんぴつの本数の比は7:5でしたが、兄は友達から鉛筆を12本もらい、弟は友達に鉛筆を4本あげたので、兄と弟の鉛筆の本数の比は12:7になりました。はじめに兄が持っていた鉛筆は何本でしょうか。（慶応義塾中等部）

26. Aくん、Bくんの2人が買い物に出かけました。最初のAくん、Bくんの所持金の比は7:5でした。Aくんは150円、Bくんは200円の品物を買ったら所持金の比は3:2になりました。最初のAくんの所持金はいくらだったでしょうか。（芝中）

27. A、B、C3人の持っているお金を合わせると2130円で、AとBのお金の比は3:2です。また、Cのお金に150円を加えたものとAのお金の3分の1が同じになります。このときBが持っているお金はいくらでしょうか。（世田谷学園中）

解　答

1.

小数	0.573	0.76	0.012	0.023
分数	$\frac{573}{1000}$	$\frac{19}{25}$	$\frac{3}{250}$	$\frac{23}{1000}$
百分率	57.3%	76%	1.2%	2.3%
歩合	5割7分3厘	7割6分	1分2厘	2分3厘

2.　10割2分4厘

3.　(1) $\frac{1}{4}$　(2) 18　(3) 4000　(4) 9

4.　(1) 8　(2) 3　(3) 3　(4) 1.2　(5) 7　(6) 5

5.　(1) 2　(2) 3　(3) 60　(4) 200

6.　(1) 3×4＋□＝20　(2) 4×□＋2－3×5－□＝□－1

(3) ③＋400＝⑤－100　(4) 700＋②×3＋400＋⑤＝300－②÷2

(5) 2×③×3÷6－5×2＝④＋8×②÷2－⑤

7.　(1) 2　(2) 200　(3) 100　(4) 5

8.　(1) 5　(2) 3　(3) 350　(4) 1

9.　(1) 20＋⑧　(2) 6000－⑫　(3) 2－④　(4) 4＋⑭

10.　120円
11.　6匹
12.　84本
13.　56本
14.　750円
15.　32ページ
16.　6800円
17.　8年後
18.　8年前
19.　6本
20.　1250円
21.　4年前
22.　5年後
23.　150円
24.　1400円
25.　84本
26.　2100円
27.　760円